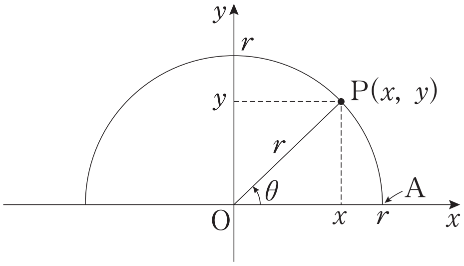
第12講　三角比の拡張

PART1　座標を用いた三角比の定義

要点①　座標を用いた三角比の定義

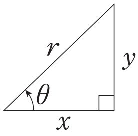
直角三角形の内角は 90° を超えることはない。よって，直角三角形を用いて鈍角の三角比を定義することはできない。ここでは，鈍角や 0°，90°，180° も含めた 0° 以上180° 以下の角の三角比を，座標を用いて定義する。



右の図のように，原点 O を中心とする半径 r の半円をかき，この半円と x 軸の正の部分との交点を A とする。

この半円周上に $\angle AOP=\theta$ となる点 P をとり，点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。

θ が鋭角，すなわち $0°<\theta<90°$ のとき，三角比の定義より



$$\sin\theta=\frac{\quad}{\quad},\quad \cos\theta=\frac{\quad}{\quad},\quad \tan\theta=\frac{\quad}{\quad}$$

が成り立つ。

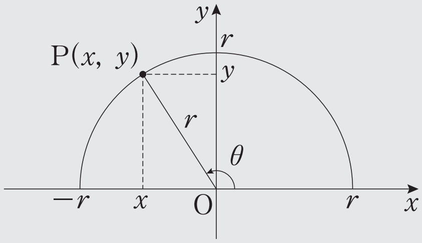
この定義を，$0°\leqq\theta\leqq180°$ の範囲にあるすべての θ に対して定義する。

座標を用いた三角比の定義

$$\sin\theta=\frac{y}{r}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}$$

$$\tan\theta=\frac{y}{x}$$

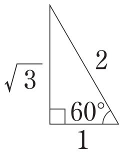


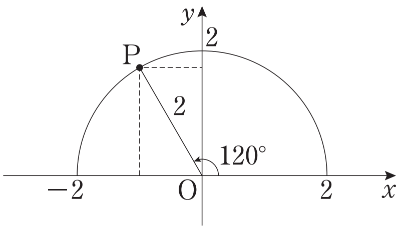
※$\theta=90°$ のときは，$x=0$ であるから，$\tan\theta$ は定義されない。

例　120° の三角比の値を求める。

右図の半円において，半径 $r=2$，$\theta=120°$ とすると

P(　　,　　) である。よって





$$\sin 120°=\frac{\qquad}{\qquad}$$

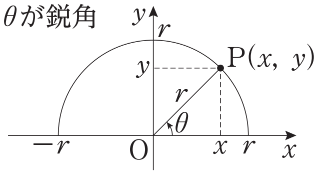
$\cos 120^\circ =$ ――

$\tan 120^\circ =$ ――

θ が鋭角のとき

$\sin\theta > 0$，$\cos\theta > 0$，$\tan\theta > 0$

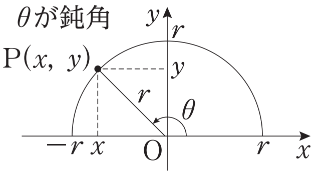
であった。これは右図において，$x > 0$，$y > 0$ であることからもわかる。



θ が鈍角のとき，x 　，y 　であるから

$\sin\theta$ 　，$\cos\theta$ 　，$\tan\theta$

である。



※直角三角形を用いた三角比の定義と同様，座標を用いた三角比の定義においても，三角比の値は，半径 r の大きさによらず，角 θ の大きさだけで定まる。

1 次の三角比の値を求めよ。

(1) $\sin 120^\circ$, $\cos 120^\circ$, $\tan 120^\circ$

(2) $\sin 135^\circ$, $\cos 135^\circ$, $\tan 135^\circ$

(3) $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\tan 150^\circ$

Point Pickup

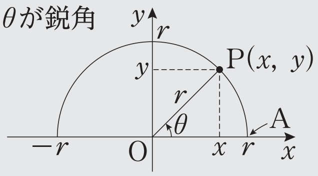
座標を用いた三角比の定義

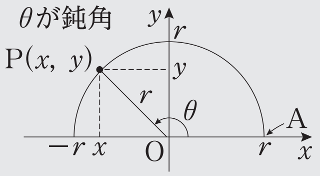
$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$





三角比の値は，半径 r の大きさによらず，角 θ の大きさだけで定まる。よって，30°，45°，60° の三角比のときに用いた直角三角形の 3 辺の長さの比を参考に，適切な半径 r の半円をかき，この半円周上に $\angle \mathrm{AOP} = \theta$ となる点 P の座標を定め，三角比の値を考えるとよい。

第12講 PART1 確認問題

θ が次の角度のときの θ の三角比の値を求めよ。

ただし，ア ～ ケ は，下の①～⑨のうちから選べ。

1 $\theta=120^\circ$ のとき，$\sin\theta=$ ア，$\cos\theta=$ イ，$\tan\theta=$ ウ

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑧ -1　⑨ $-\sqrt{3}$

2 $\theta=150^\circ$ のとき，$\sin\theta=$ エ，$\cos\theta=$ オ，$\tan\theta=$ カ

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑧ -1　⑨ $-\sqrt{3}$

3 $\theta=135^\circ$ のとき，$\sin\theta=$ キ，$\cos\theta=$ ク，$\tan\theta=$ ケ

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑧ -1　⑨ $-\sqrt{3}$

第12講　三角比の拡張

PART1　座標を用いた三角比の定義

1　次の三角比の値を求めよ。

(1)　$\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$，$\tan 120^\circ$

(2)　$\sin 135^\circ$，$\cos 135^\circ$，$\tan 135^\circ$

(3)　$\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$，$\tan 150^\circ$

[解答]

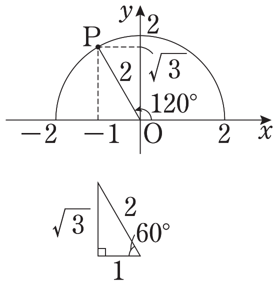
(1)　$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 120^\circ = \dfrac{-1}{2} = -\dfrac{1}{2}$，$\tan 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$

(2)　$\sin 135^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos 135^\circ = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\tan 135^\circ = \dfrac{1}{-1} = -1$

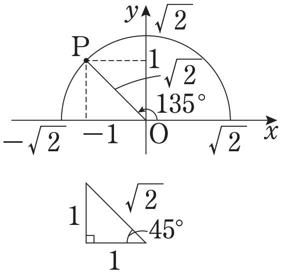
(3)　$\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$，$\cos 150^\circ = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan 150^\circ = \dfrac{1}{-\sqrt{3}} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(参考図)

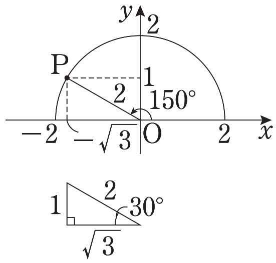
(1)



(2)



(3)



第12講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：③，イ：④，ウ：⑨

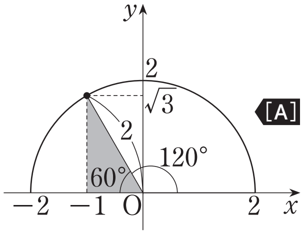
[解説]

$\theta = 120^\circ$ のとき，

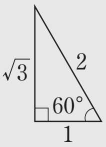
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\theta = -\frac{1}{2}$$

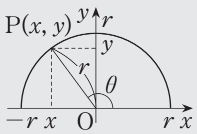
$$\tan\theta = -\sqrt{3} \quad \text{[B]}$$



[A]　直角三角形の辺の比を利用する。



[B]



$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$，$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$，$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

2

[正解] エ：①，オ：⑥，カ：⑦

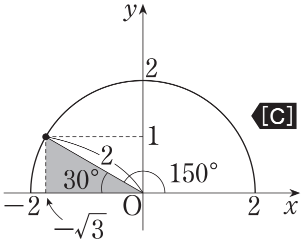
[解説]

$\theta = 150^\circ$ のとき，

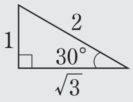
$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



[C]　直角三角形の辺の比を利用する。



3

[正解] キ：②，ク：⑤，ケ：⑧

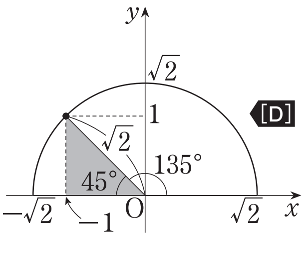
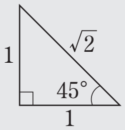
[解説]

$\theta = 135^\circ$ のとき，

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan\theta = -1$$



[D]　直角三角形の辺の比を利用する。